L. C. TORMO

Crecimiento de equilibrio no proporcional en un modelo bisectorial

I. INTRODUCCION

En la reciente controversia relativa a la teoría del capital los modelos bisectoriales han tenido un papel destacado. Ello justifica el que hayamos elegido uno de ellos para los desarrollos que siguen. En estos modelos se observa un cierto olvido de problemas significativos en relación a la transición de un sistema económico entre dos sendas de crecimiento equilibrado.

Por otra parte, la excesiva atención dedicada al crecimiento proporcional, hace que frecuentemente se olviden de analizar aspectos que sólo son relevantes en situaciones de crecimiento no proporcional, que por otra parte son las más frecuentes.

A estos dos aspectos anteriores se dedica el presente trabajo, así como a precisar otros detalles del modelo bisectorial en la versión denominada *book of prints model.* [1]

II. DESCRIPCION DEL MODELO

Nos disponemos a presentar las variables y las hipótesis a ellas relativas que presiden el modelo en base al que se realizará nuestra exposición.[2]

1. Cfr. Gram, H.N.: "Two Sector Models in the Theory of Capital and Growth", *American Economic Review*, diciembre, 1976, p. 891.

2. Modelos similares a éste han sido usados por distintos autores con fines muy diversos. Señalamos a modo de ejemplo: Samuelson, P.A., "Parables and Realism in Capital Theory: The Surrogate Production Function", *Review of Economic Studies*, junio, 1962, n^{o} 29. pp. 193-206; Hicks, J.R., *Capital y Crecimiento*, Barcelona. Ed. Bosch, 1967, pp. 159 y ss; y Vitarelli, F., .../...

Las variables fundamentales del modelo son:

a) *Sistema de precios:*

p_k: precio del bien de capital.
p_c: precio del bien de consumo.
r: tipo de beneficio.
w: salario por unidad de trabajo directo.

b) *Sistema de cantidades:*

X_c (t): producción del bien de consumo durante el período t.
X_k (t): producción del bien de capital durante t.
K_c (t): stock del bien de capital en el sector del bien de consumo.
K_k (t): stock del bien de capital en el propio sector.
L_c (t) y L_k (t): nivel de empleo en los respectivos sectores.

c) *Técnica:*

x_{kk}: cantidad de bien de capital para producir una unidad del mismo,
x_{kc}: cantidad de bien de capital para producir una unidad de bien de consumo.
l_c y l_k: coeficientes de trabajo directo por unidad de producto en ambos sectores.
a: desgaste del bien de capital, $0 \leqslant a \leqslant 1$, por unidad del mismo y por período. Se supone que este coeficiente es independiente de la edad del capital.[3]

d) *Comportamiento de los perceptores de renta:*

s_w: propensión media al ahorro de las rentas de trabajo.
s_p: propensión media al ahorro de las rentas de la propiedad.

En base a las magnitudes reseñadas estamos en condiciones de presentar la determinación del sistema de precios:

$$p_k\, x_{kk}(r + a) + l_k\, w = p_k$$

$$p_k\, x_{kc}(r + a) + l_c\, w = p_c \qquad [I]$$

Si hacemos $p_c = I$ entonces el sistema [1] presenta un grado de libertad con lo que podemos elegir libremente un punto de la "frontera de los precios de los factores".[4]

.../...
"Disccupazione e Prezzi Relativi", artículo aparecido en la colección de lecturas del propio autor, *La Controversia Keynesiana*, Ed. Il Moulino, Bologna, 1975, pp. 207 y ss.

3. Cfr. Garegnani, P.A.: "Beni capitali eterogenei, la funzione della produzione a la teoria della distribuzione". Artículo en Sylos Labini, P.: *Prezzi relativi e distribuzione del reddito*. Ed. Boringhieri. Torino, 1973, p. 278 y especialmente la nota 5.

4. Cfr. Samuelson, P.A.: "Parábola y realismo en la teoría del capital: La función de
.../...

El modelo propuesto puede fácilmente representarse de forma similar al esquema input-output:

		K	C	Consumo	Inversión	Total
CANTIDADES	K	$aK_k(t)$	$aK_c(t)$	–	$\bar{X}_k(t)$	$X_k(t)$
	C	–	–	$X_c(t)$	–	$X_c(t)$
VALOR AÑADIDO	B^o	$r\,K_k(t)$	$r\,K_c(t)$			$r\,K(t)$
	W	$w\,L_k(t)$	$w\,L_c(t)$			$w\,L(t)$

En donde:

$$X_k(t) = X_k(t) - aK(t)$$

$$K(t) = K_k(t) + K_c(t)$$

$$L(t) = L_k(t) + L_c(t)$$

Las relaciones macro-económicas del sistema descrito son:

1. La renta o valor añadido en términos monetarios:

$$Y(t) = [X_k(t) - aK(t)]p_k + X_c(t) \qquad [II]$$

Expresión que indica claramente que la renta es igual al valor de la producción final de bienes de consumo y de capital.

2. Distribución del valor añadido.

$$Y(t) = B^o(t) + W(t) \qquad [III]$$

En donde:

$$B^o(t) = rK(t)p_k$$

$$W(t) = w\,L(t)$$

.../...

producción sustituta". Artículo reproducido en Braun, O.: *Teoría del capital y la distribución.* Ed. Tiempo contemporáneo. Buenos Aires, 1973, p. 167.

3. Gasto:

$$\text{Consumo: } C(t) = (1 - s_w)\, L(t)w + (1 - s_p)\, rp_k\, K(t) \qquad \text{[IV]}$$

$$\text{Ahorro: } S(t) = s_w\, w\, L(t) + rp_k\, K(t)\, s_p \qquad \text{[IV bis]}$$

4. Condiciones de equilibrio:

$$\text{Consumo: } C(t) = X_c(t) \qquad \text{[V]}$$

$$\text{Inversión: } I(t) = X_k(t)\, p_k = S(t) \qquad \text{[V bis]}$$

5. La intensidad de capital.

Es importante finalmente una breve referencia a la intensidad de capital en la economía: (R).

En el sector de consumo es $x_{kc}/l_c = R_c$; en el de capital $x_{kk}/l_k = R_k$. Si nos interesa la intensidad media de la economía, tenemos que si μ_k **y** $(1 - \mu_k)$ son respectivamente los porcentajes de participación del empleo de los dos sectores en el total del sistema, queda:

$$R = R_k\, \mu_k + R_c (1 - \mu_k) \qquad \text{[VI]}$$

Si suponemos que

$$R_k > R_c \qquad \text{[VII]}$$

la relación [VI] queda gráficamente como sigue:

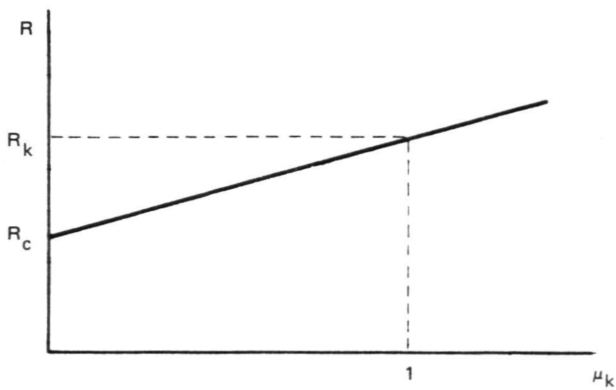


FIG. 1

6. Las nuevas disponibilidades de capital.

Terminamos la descripción del modelo refiriéndonos a las nuevas disponibilidades de capital que ha generado durante el período (t). Evidentemente éstas serán iguales a la producción del bien k menos el desgaste del stock existente.

El tipo máximo al que podrá expansionarse la utilización de capital en el sistema es:

$$g_o = \frac{\bar{X}_k(t)}{K(t)} \qquad \text{[VIII]}$$

Las disponibilidades de capital se distribuirán entre los dos sectores, permitiendo lógicamente -si existe mano de obra dispuesta a ser empleada- una expansión del proceso productivo.

En la sección siguiente nos ocuparemos de analizar el mecanismo de asignación intersectorial de la nueva capacidad productiva. Para evitar complicaciones innecesarias supondremos que en el período (t) el capital está plenamente empleado, pudiendo existir en todo caso, paro de la fuerza de trabajo.

III. MECANISMO DE ACUMULACION DE CAPITAL: ASIGNACION INTERSECTORIAL

Si el nuevo stock de capital es totalmente utilizado, durante el período siguiente:

$$K(t+1) = K(t) + \bar{X}_k(t) = X_c(t+1)\,x_{kc} + X_k(t+1)\,x_{kk} \qquad \text{[IX]}$$

La frontera de posibilidades productivas de la economía quedará descrita en la figura siguiente:

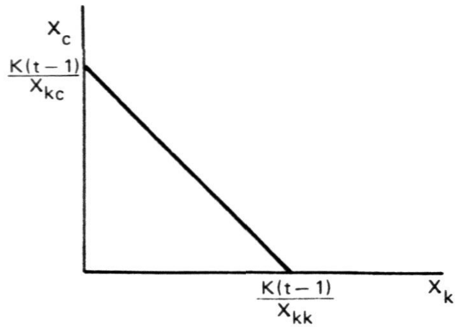


FIG. 2

Lo que nos importa ahora es determinar un punto sobre la frontera de la figura anterior. Tenemos a nuestra disposición dos alternativas extremas: las preferencias de los consumidores y los criterios de un órgano de planificación. Optamos por la primera situación.

Se supone pues que la estructura de la producción se acomoda a las preferencias consumo-ahorro/inversión.

De la misma forma que en [IV] y [IV bis], pero para $(t + 1)$, nos aparece:

$$s_p\, r\, p_k\, K(t+1) + s_w\, w\, L(t+1) = S(t+1)$$

$$(1-s_p)\, r\, p_k\, K(t+1) + (1-s_w)\, w\, L(t+1) = C(t+1) = X_c(t+1) \qquad [X]$$

Supongamos que se cumple la condición de equilibrio:

$$S(t+1) = I(t+1)$$

Sabemos además que:

$$I(t+1) = p_k\, \bar{X}_k(t+1) \qquad [XI]$$

Así pues, teniendo en cuenta la técnica dominante en el sistema -la más rentable para los propietarios de K- y las expresiones [IX], [X] y [XI] podemos establecer el sistema:

$$s_p\, r\, p_k\, K(t+1) + s_w\, w\,[X_c(t+1)l_c + X_k(t+1)l_k] = \bar{X}_k(t+1)p_k$$

$$(1-s_p)r\, p_k\, K(t+1) + (1-s_w)\, w\,[X_c(t+1)l_c + X_k(t+1)l_k] = \\ = X_c(t+1) \qquad [XII]$$

Este sistema puede reformularse, teniendo en cuenta que

$$\bar{X}_k(t+1) = X_k(t+1) - a\,K(t+1)$$

como sigue:

$$-X_c(t+1)\, s_w\, w\, l_c + X_k(t+1)(p_k - w\, s_w\, l_k) = K(t+1)[s_p\, r p_k + a\, p_k]$$

$$X_c(t+1)[1-(1-s_w)w l_c] - X_k(t+1)(1-s_w)w l_k = K(t+1)(1-s_p)r p_k \qquad [XII\ bis]$$

Con el sistema anterior podemos determinar la estructura productiva:

$$[X_c(t + 1), X_k(t + 1)]$$

Los niveles de producción anterior son los que permiten la plena utilización del capital existente, con una distribución, una tecnología y unas propensiones al ahorro dadas. Ahora bien, esta estructura productiva no nos garantiza en absoluto la plena ocupación de la fuerza de trabajo. De este punto nos ocuparemos en la siguiente sección.

Podríamos con los datos del período (t + 1) construir una tabla similar a como se hizo en la sección II para el período t.

Hay un aspecto que conviene resaltar: si las propensiones al ahorro son distintas a las del período t la producción de cada sector crece a distinto ritmo a como lo hizo en aquel período. Es fácil demostrar que si distribución, tecnología y propensiones al ahorro no se alteran, las producciones sectoriales crecen al mismo ritmo que la acumulación de capital: g_o.

En efecto reformulemos el sistema [XII bis] para el período (t). Si hacemos:

$$-l_c s_w w = a_{11}; \quad p_k - w s_w l_k = a_{12}$$

$$1 - (1 - s_w) w l_c = a_{21}; \quad -(1 - s_w) w l_k = a_{22}$$

$$s_p r p_k + a p_k = b_1; \quad (1 - s_p) r p_k = b_2$$

nos queda:

$$\left.\begin{aligned} X_c(t) &= K(t)\ \frac{D_c}{D} \\ \\ X_k(t) &= K(t)\ \frac{D_k}{D} \end{aligned}\right| \qquad [XIII]$$

siendo

$$D = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}; \quad D_c = \begin{bmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{bmatrix}; \quad y\ D_k = \begin{bmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{bmatrix}$$

De acuerdo con la hipótesis de que tecnología, distribución y comportamiento de consumidores no sufre alteración, las cantidades producidas durante (t + 1) serán:

$$\left.\begin{aligned} X_c(t+1) &= K(t+1)\ \frac{D_c}{D} \\ X_k(t+1) &= K(t+1)\ \frac{D_k}{D} \end{aligned}\right\} \qquad \text{[XIV]}$$

Teniendo en cuenta [VIII] y comparando las cantidades anteriores con las correspondientes al período (t) queda:

$$\left.\begin{aligned} X_c(t+1) &= (1+g_o)\,X_c(t) \\ X_k(t+1) &= (1+g_o)\,X_k(t) \end{aligned}\right\} \qquad \text{[XV]}$$

siendo $g_o = g_1^c$ (tasa de expansión de la producción de bienes de consumo durante (t + 1)) y $g_o = g_1^K$ (idem. para bienes de capital).

Por lo que respecta a la renta, teniendo en cuenta [II], [VIII], [IX] y [XV] podemos establecer:

$$Y(t+1) = Y(t)(1+g^o) \qquad \text{[XVI]}$$

siendo $g^o = g_1^y$ (tasa de expansión de la renta durante (t + 1)).

Por último, considerando [VIII] y [V bis], y estableciendo la hipótesis $s_w = 0$, nos aparece:

$$g^o = r\,s_p^o \qquad \text{[XVII]}$$

de donde nos queda -siempre que s_p no varíe-

$$g^o = g_1^k = g_1^c = g_1^y \qquad \text{[XVIII]}$$

En el caso más general de que las propensiones al ahorro varíen de período en período, los ritmos de crecimiento de la producción de cada sector (g_1^c. g_1^k) no serán iguales entre sí, con lo cual durante (t + 1):

$$r\,s_p \neq g_1^y \qquad \text{[XVIII bis]}$$

Lo que sí es evidente, dados los supuestos hechos sobre la tecnología, es que en cada sector las tasas de expansión de la producción, empleo y utilización de capital son siempre iguales. De acuerdo con ello podemos escribir:

$$n^c = g^c; \quad n^k = g^k \qquad \text{[XIX]}$$

Siendo n el tipo de crecimiento del empleo en los sectores.

Tendremos ocasión de demostrar más adelante que sólo si $g_o = g_1^c = g_1^k$, el empleo total crece al mismo ritmo que el stock de capital.[5]

Lo que sí podemos ya establcer es que si s_w y s_p se alteran, aparece una nueva estructura del output compatible con el pleno empleo del stock de capital.

Los g_1^c y g_1^k se moverán dentro de los límites que establece la fórmula:

$$g_o = g_1^k a_k + g_1^c (1 - a_k) \qquad [XX]$$

siendo dados g_o y a_k (participación del capital empleado en el sector K sobre el stock total). Evidentemente a_k se modificará el periodo siguiente (t + 1) si $g_1^k \neq g_1^c$.

Los límites a que nos hemos referido pueden verse con claridad con la ayuda del gráfico que sigue:

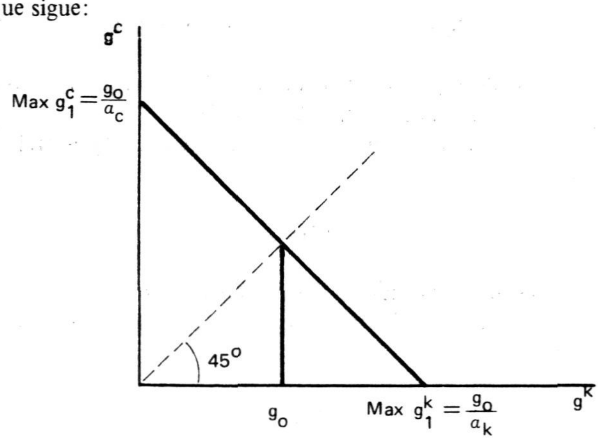


FIG. 3

En la sección siguiente nos ocuparemos, con la ayuda de un supuesto simple, de analizar la importancia de la asignación intersectorial del capital para la creación de puestos de trabajo.

IV. COMPORTAMIENTO DEL AHORRO Y PRODUCCIONES SECTORIALES

IV.1 *Sector de bienes de capital.*

Supongamos, para simplificar, que $s_w = 0$. Es decir, que sólo se nutre el

5. Cfr. Hicks, J.R.: *Capital...*, op. cit., p. 157. La situación descrita es la que el profesor Hicks denomina: "Equilibrio de crecimiento".

ahorro de las rentas de la propiedad.

En este caso el sistema [XII bis] pasa a ser:

$$X_c(t+1)(1-w\,l_c) - X_k(t+1)\,w\,l_k = K(t+1)(1-s_p)\,r\,p_k$$

$$X_k(t+1) = K(t+1)[s_p\,r + a] \qquad [XXI]$$

De la última de las ecuaciones anteriores queda:

$$X_k(t+1) = K(t)(1+g_o)\,r\,s_p + K(t)(1+g_o)\,a \qquad [XXI\ bis]$$

Si representamos gráficamente esta expresión tomando s_p como variable:

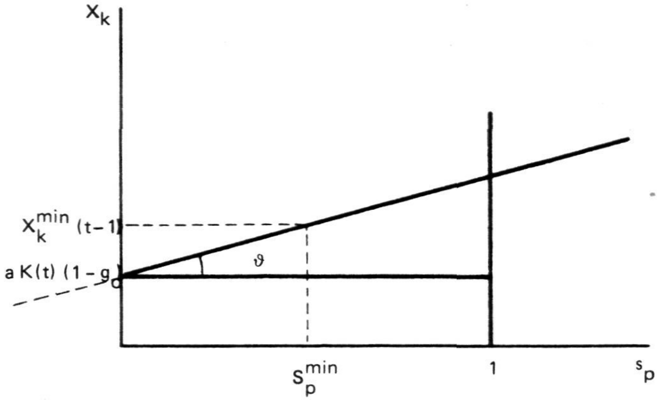


FIG. 4

Siendo

$$tg\,\vartheta = r \cdot K(t)(1+g_o)$$

En el caso de que $s_p = 0$, la producción del bien de capital es igual al desgaste del misno, no quedando por lo tanto porducción neta de dicho bien en la que poder invertir:

$$g_i = 0$$

El stock de capital al comienzo del período $(t+1)$, quedaría distribuido intersectorialmente como sigue: a) En el sector del bien de consumo: $K_c(t+1) = K(t+1) - a\,K(t+1)\,x_{kk}$; y b) En el sector del bien de capital: $K_k(t+1) = a\,k(t+1)\,x_{kk}$.

Esta distribución descrita se basa en la posibilidad de movilidad intersectorial del capital. Si ello no fuera posible el nivel de producción mínimo del bien de capital, a menos de dejar capacidad sin utilizar, sería:

$$X_k^{Min}(t+1) = \frac{K_k(t) - aK_k(t)}{x_{kk}}$$

Con ello lo que hacemos es limitar el campo de variación de s_p. Esto ocurrirá siempre que

$$X_k^{Min}(t+1) > aK(t)(1+g_o)$$

IV. 2 *Sector de bienes de consumo.*

Nos ocuparemos ahora de la relación entre s_p y el nivel de producción en el sector de consumo.

A partir de la primera ecuación de [XXI], y teniendo en cuenta [XXI bis] nos queda:

$$X_c(t+1)(1 - wl_c) = K(t)(1+g_o)\, r\, p_k - s_p K(t)(1+g_o)\, r\, p_k + \\ + wl_k(r s_p + a) K(t)(1+g_o)$$

De donde finalmente:

$$\left. \begin{aligned} X_c(t+1) &= K(t)(1+g_o) \frac{r p_k + w l_k a}{1 - w l_c} + \\ &+ \frac{1}{1 - wl_c} [wl_k - p_k] K(t)(1+g_o) r\, s_p \end{aligned} \right\} \quad [XXII]$$

Conviene explicitar que:
$1 - wl_c > 0$; de acuerdo con la segunda ecuación de [I], y que:
$wl_k - p_k < 0$; de acuerdo con la primera ecuación de [I].

Así pues:

$$\frac{d X_c(t+1)}{d s_p} < 0$$

Este comportamiento no es evidente a primera vista: si aumenta s_p no hay duda que al desviar demanda hacia el bien de capital disminuye "directamente" la demanda del de consumo; pero al mismo tiempo genera empleo en el sector de bien k "induciendo" una demanda adicional de bien de consumo. El efecto "directo" es mayor que el inducido, como lo demuestra que la expresión anterior sea negativa.

Representando en un gráfico [XXII] queda:

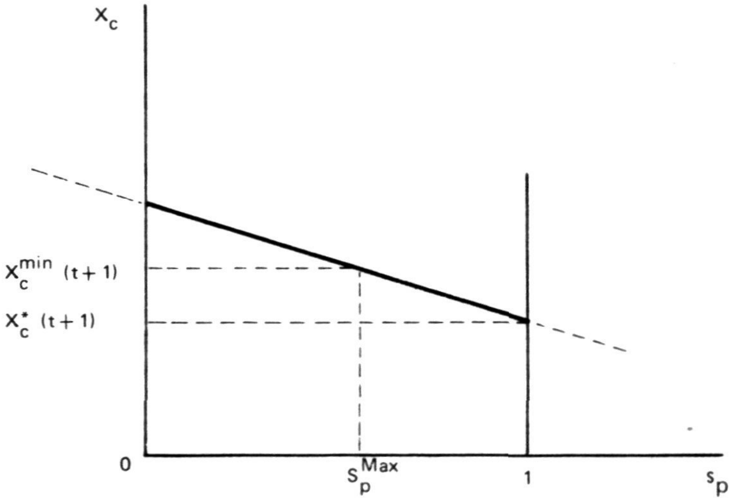


FIG. 5

Siendo

$$X_c^*(t+1) = K(t)(1+g_o)\ \frac{w\,l_k(r+a)}{1-w\,l_c}$$

Si de nuevo hacemos referencia a la falta de movilidad sectorial del capital, tendremos que:

$$X_c^{Min}(t+1) = \frac{K_c(t)[1-a]}{x_{kk}}$$

Y, de nuevo, sólo si:

$$X_c^{Min}(t+1) < X_c^*(t+1)$$

el campo de variación de s_p no sufrirá limitación.

De la misma forma que $X_k^{Min}(t+1)$ delimitaba el extremo inferior del campo de variación de s_p cuando no hay movilidad intersectorial del capital, $X_c^{Min}(t+1)$

delimita el extremo superior. Todo ello, desde luego, presidido por la hipótesis de que no permanece capital ocioso en ningún sector.

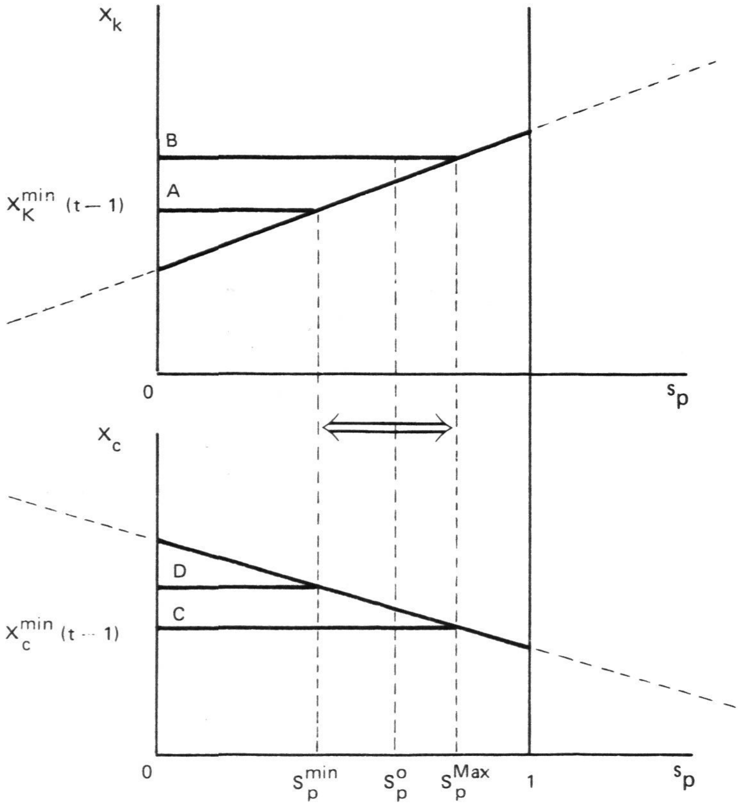


FIG. 6

Es fácil demostrar que $s_p^{Max} > s_p^{Min}$ y que entre ambos está la propensión media al ahorro durante el periodo (t): s_p^o.

Si $X_k(t)$ se hubiera distribuido intersectorialmente en proporción al stock de capital existente, las dos producciones hubieran crecido al mismo ritmo.

Lo dicho en el párrafo precedente equivale a afirmar que la propensión media al ahorro del periodo (t + 1): s'_p es igual a la de (t): s_p^o.

En el supuesto anterior las cantidades de output son respectivamente tales que cumplen las desigualdades:

$$X_c(t + 1) > X_c^{Min}(t + 1); \; s_p^{Max} > s_p^o$$

$$X_k(t+1) > X_k^{Min}(t+1); \; s_p^{Min} < s_p^o$$

Por lo tanto, el campo de variación de s_p' será:

$$s_p^{Max} \geqslant s_p' \geqslant s_p^{Min} \qquad [XX]$$

Podemos concluir que la falta de movilidad intersectorial impone límites a la variación de los deseos de ahorro.

V. COMPORTAMIENTO DEL AHORRO Y TASAS DE EXPANSION SECTORIALES

Nos interesa ahora analizar explícitamente la relación existente entre S_p u el ritmo de acumulación de capital en los dos sectores.

V. 1 *Sector de bienes de capital.*

Comencemos por el sector productor del bien de capital. De la segunda ecuación del sistema [XXI] y de su equivalente para el período (t) aparece:

$$K_k(t+1) - K_k(t) = x_{kk} K(t)[(1+g_o)(r s_p' + a) - (s_p^o r + a)]$$

$$\frac{K_k(t+1) - K_k(t)}{K_k(t)} = \frac{(1+g_o)(r s_p' + a) - (s_p^o r + a)}{(s_p^o r + a)} = g^k$$

De donde finalmente:

$$g^k = \frac{1 + g_o}{s_p^o r + a} \, r \, s_p' + \frac{g_o a - s_p^o r}{s_p^o r + a}$$

Esta expresión puede modificarse teniendo en cuenta la expresión [XVII]. De acuerdo con ella, podemos escribir:

$$g^k = \frac{(1+g_o) r}{g_o + a} \, s_p' + \frac{g_o (a - 1)}{g_o + a} \qquad [XXIII]$$

Representemos gráficamente [XXIII].

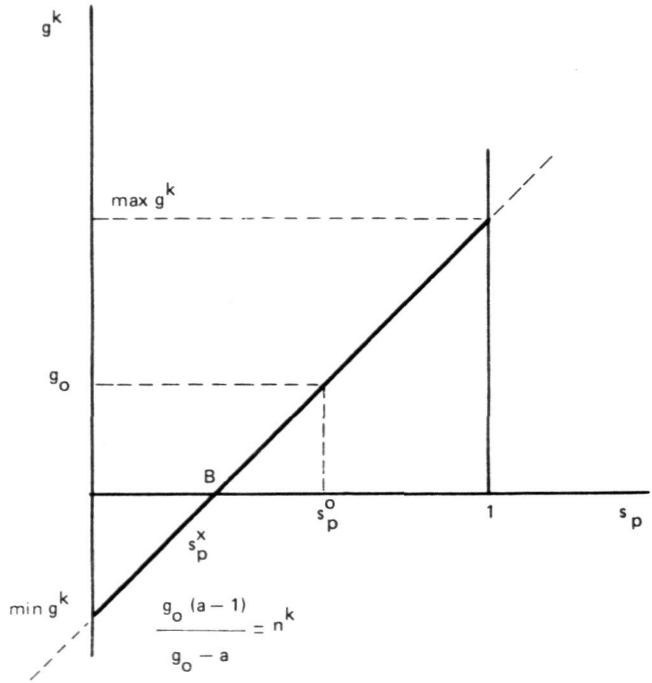


FIG. 7

Los valores más significativos del gráfico son:

a) Máxima expansión del sector k:

$$\text{Max } g^k = \frac{r + g_o r + g_o a - g_o}{g_o + a} > 0$$

b)

$$s_p^* = \frac{g(1-a)}{(1+g_o)r} > 0; \text{ cuando } g^k = 0$$

Se comprueba fácilmente que este valor de s_p deja inalterada la producción del bien k. Podía haber sido obtenido directamente de la segunda ecuación de [XXI]. Este s_p^* es mayor que s_p^{Min} de la figura 4.

c) Si $s'_p = s^o_p$ entonces de [XXIII] se deduce:

$$g^k = g_o$$

d) Máxima contracción del sector

$$\text{Mín } g^k = \frac{g(a - 1)}{g_o + a} < 0$$

V. 2. *Sector de bienes de consumo.*

Ocupémonos ahora de la relación g^c y s_p. Nos ayuda a ello la expresión [XX]. Esta expresión se refiere a las tasas netas de variación de capital en cada sector.

Podemos escribir [XX] en términos de tasas brutas $(\bar{g}^k, \bar{g}^c)$:

$$(\bar{g}^k - a)a_k + (\bar{g}^c - a)(1 - a_k) = g_o$$

$$\bar{g}^k a_k + \bar{g}^c (1 - a_k) = g_o + a \qquad \text{[XX bis]}$$

Si no hay movilidad de capital entre sectores, el mínimo valor que pueden tomar $\bar{g}^k$ y $\bar{g}^c$ es cero y sus correspondientes netos $-a$.

El gráfico 3 puede ampliarse teniendo en cuenta lo anterior:

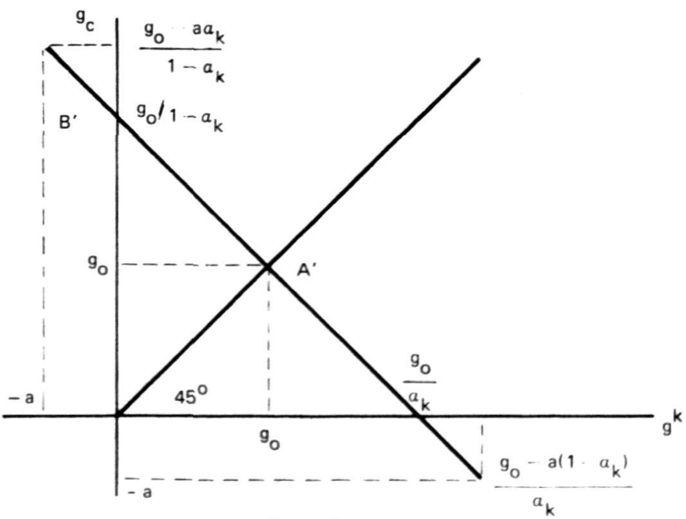


FIG. 8

En este gráfico ya va implícita la ausencia de movilidad intersectorial del capital.

Entre esta figura y la 7 se pueden establecer las siguientes relaciones:

1. El punto A y A' se corresponden.
2. El punto B y B' se corresponden.

De acuerdo con las correspondencias anteriores podemos representar conjuntamente las figuras 7 y 8. Para ello, sólo necesitamos someter la 8 a un cambio de ejes.

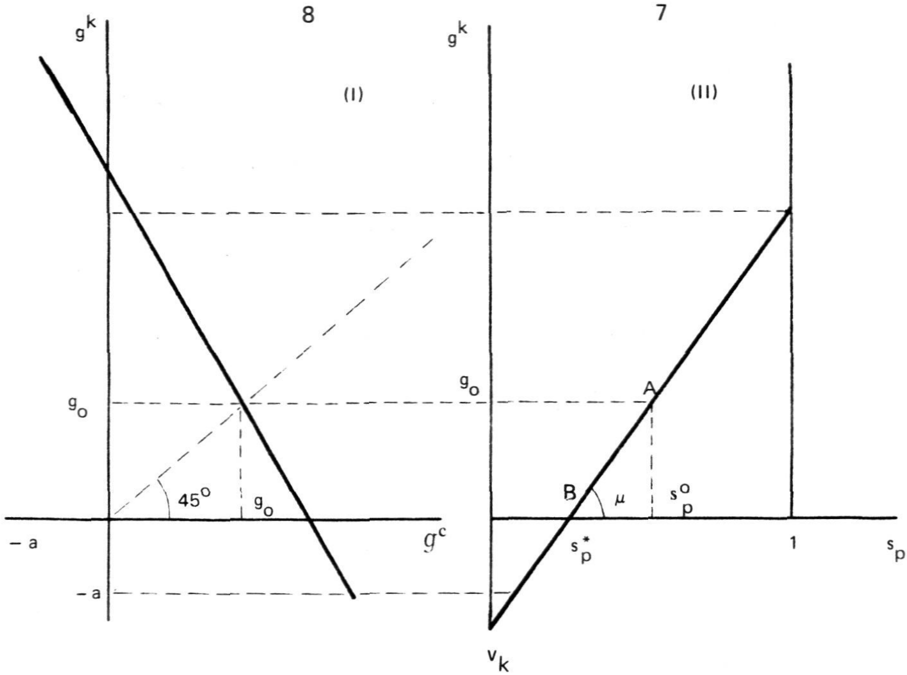


FIG. 9

Del gráfico anterior se desprende que el campo de variación de s_p está entre s_p^{Min} y 1.

Hemos de señalar que $|v_k|$ no tiene por qué ser superior a $|a|$ necesariamente. En efecto:

$$a \gtrless \frac{g_o(1-a)}{g_o + a}$$

De donde aparece:

$$\frac{a^2}{1-2a} \gtreqless g_o$$

Así pues, dependerá del valor de g_o.

En general podemos establecer que g^k al igual que g^c y s_p tiene un campo de variación cuyos límites son:

$$\text{Max}\ [-a;\ g^k(s_p = 0)];\ \text{Min}\ [g^k(g^c = -a);\ g^k(s_p = 1)]$$

El que $g^c(s_p = 1)$ sea positivo tampoco tiene por qué ocurrir siempre. Esto sólo ocurre para ciertos valores de g_o. Incluso se puede deducir gráficamente con facilidad.

Cuando g_o disminuye, la renta $g^k = \varphi(g^c)$ de la figura 9 (I) se desplaza hacia la izquierda.

En el caso de $g^k = \psi(s_p)$ de (II) disminuye su ordenada en el origen y aumente μ.[6] No se puede afirmar en general el signo definitivo de $[\text{Max}\ g^k - g^k(s_p = 1)] \gtreqless 0$.

6. Conviene detenerse brevemente en analizar cómo afectan las variaciones de g_o a: $g^k(s_p = 1)$, $g^k(s_p = 1)$ y a la pendiente de $g^k = \psi(s_p)$.

Sabemos por [XXIII] que:

$$g^k(s_p = 0) = v_k = \frac{g_o(a-1)}{g_o + a} < 0$$

$$V = g^k(s_p = 1) = \frac{r + g_o r + g_o a - g_o}{g_o + a} > 0$$

$$\frac{d\,g^k}{d\,s_p} = m_k = \frac{(1 + g_o)\,r}{g_o + a} > 0$$

Tenemos

$$\frac{d\,|n_k|}{d\,g_o} = \frac{a(1-a)}{(g_o + a)^2} > 0$$

$$\left.\frac{d\,g^k}{d\,g_o}\right|_{s_p = 1} = \frac{r(a-1) + a(a-1)}{(g_o + a)^2} < 0$$

Si queremos reflejar directamente la relación g^c y s_p en un gráfico podemos fácilmente hacerlo con la ayuda de la figura 9.

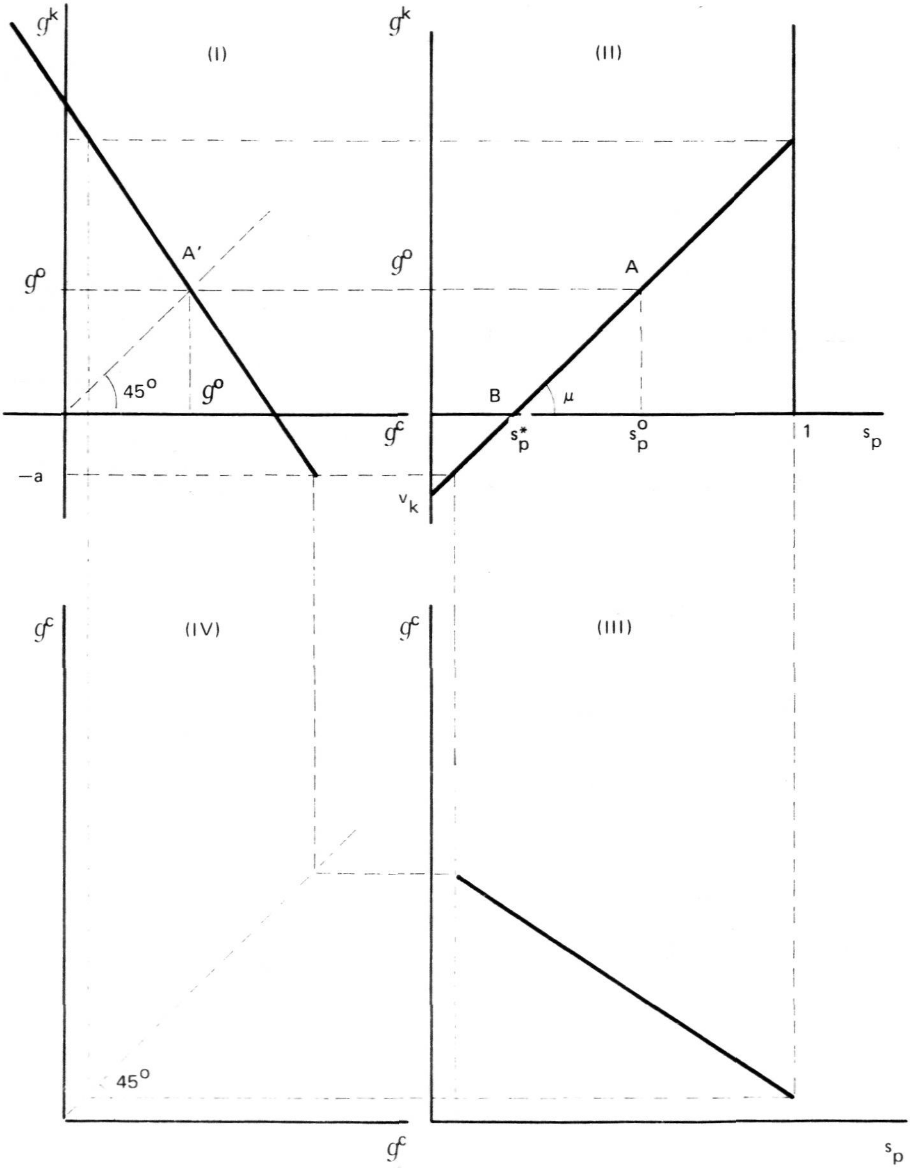


FIG. 10

Calcular la relación matemática entre g^c y s_p es también sencillo. Partimos de la primera ecuación de [XXI].

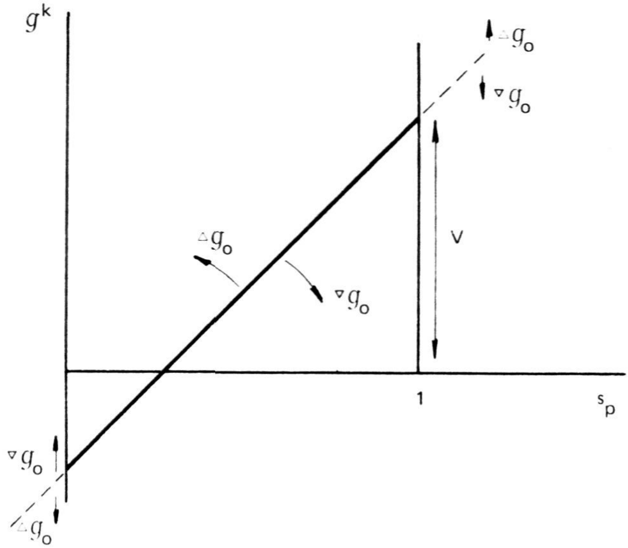
$$X_c(t+1)(1 - w\,l_c) = K(t)(1+g_o)(1-s_p) + p_k + K(t)(1+g_o)$$
$$[s_p\, r + a]\, w\, l_k$$

$$\left.\begin{aligned} X_c(t+1) &= \frac{1}{1 - w\,l_c}\; K(t)(1+g_o)[r\,p_k + a\,w\,l_k] + \\ &+ \frac{1}{1 - w\,l_c}\; K(t)(1+g_o)\, r\,[w\,l_k - g_k]\, s_p \end{aligned}\right\} \text{[XXII]}$$

$$\left.\begin{aligned} K_c(t+1) &= \frac{1}{1 - w\,l_c}\; x_{kc}\, K(t)\,[(1+g_o)(r\,p_k + a\,w\,l_k) + \\ &+ (1+g_o)\, r(w\,l_k - p_k)s_p] \end{aligned}\right\} \text{[XVII]}$$

. . ./. . .
(Sigue nota anterior)

$$\frac{d\,m_k}{d\,g_o} = \frac{r(a-1)}{(g_o + a)^2} < 0$$



$$K_c(t) = \frac{1}{1 - w\,l_c}\; x_{kc} K(t)\,[(r\,p_k + a\,w\,l_k) + r(w\,l_k - p_k)s_p^o]$$

y, finalmente,

$$g_c = \frac{K_c(t+1) - K_c(t)}{K_c(t)} = \frac{(1 + g_o)[(r\,p_k + a\,w\,l_k) + r(w\,l_k - p_k)s_p]}{(r\,p_k + a w l_k) + r(w\,l_k - p_k)s_p^o} - 1$$

[XXIV]

Si hacemos $A = r\,p_k + a\,w\,l_k \neq \varphi_A(g_o)$; $A > 0$

$B = w\,l_k - p_k \neq \varphi_B(g_o)$; $B < 0$

Nos queda:

$$g^c = \frac{(1 + g_o)(A + r\,B\,s_p)}{A + r\,B\,s_p^o} - 1 \qquad \text{[XXIV bis]}$$

Es fácil demostrar que $A + r\,B\,s_p^o > 0$. En efecto

$$a\,w\,l_k + r\,w\,l_k\,s_p^o + r\,p_k(1 - s_p^o) > 0$$

Por lo tanto, de la [XXIV bis] y teniendo en cuenta las observaciones precedentes queda:

$$\frac{d\,g^c}{d\,s_p} < 0$$

Cuando $s_p = 0$, g^c toma su valor máximo:

$$g^c(s_p = 0) = \frac{(1 + g_o)\,A - A - r\,B\,s_p^o}{A + r\,B\,s_p^o}$$

$$g^c(s_p = 0) = \frac{(A - B)g_o}{A + B\,g_o} > 0$$

Podemos representar gráficamente [XXIV bis] que correspondería al gráfico III de la figura 10.

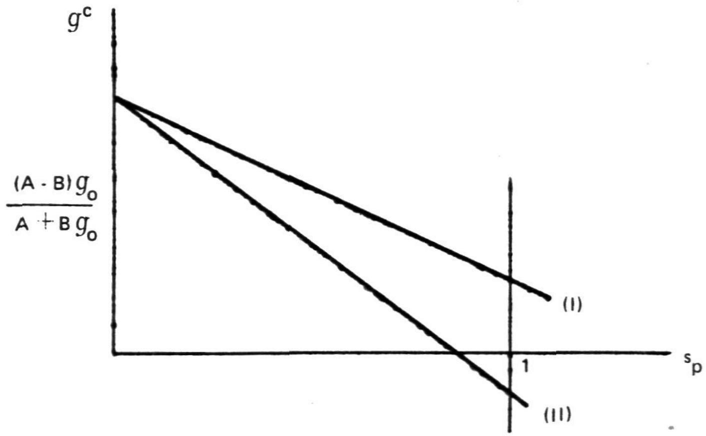


FIG. 11

$g^c (s_p = 1)$ será positivo, (I), negativo, (II), según el valor de g^o y de r.

En efecto:

$$g^c (s_p = 1) = \frac{B + g_o [A + B(1 - 1/r)]}{A + B s_p^o}$$

Donde el numerador está formado por dos términos que según el valor de s pueden tener distinto signo.

En nuestro análisis suponemos el caso (I), que es el que corresponde a la figura 10. Si supusiésemos el caso (II) en nada cambian las conclusiones.

VI. EXPANSION DEL SISTEMA Y CREACION DE EMPLEO

Hasta ahora nada hemos dicho sobre el empleo que se genera en el sistema. A este punto dedicaremos el resto de nuestra exposición.

Dadas las hipótesis formuladas al comienzo de estas notas sobre la tecnología del sistema, el tipo de crecimiento del empleo en cada sector coincide con el correspondiente del capital.

Así pues:

$$\frac{L_k(t+1) - L_k(t)}{L_k(t)} = n^k = g^k$$

$$\frac{L_c(t+1) - L_c(t)}{L_c(t)} = n^c = g^c$$

De acuerdo con las dos expresiones anteriores podemos escribir

$$n^* = \mu_k\, g^k + (1 - \mu_k)\, g^c \qquad [XXV]$$

Donde μ_k es la participación en el empleo total del trabajo ocupado en el sector que produce bienes de capital, y n^* es el tipo de crecimiento del empleo total.

Si despejamos g^k de [XX], la [XXV] queda:

$$n^* = \mu_k \left[g_o - \frac{K_c(t)}{K(t)}\, g^c\right] \frac{K(t)}{K_k(t)} - \frac{L_c(t)}{L(t)}\, g^c$$

$$n^* = g_o \frac{\mu_k}{a_k} + g^c \left(1 - \frac{K_c(t)\; L_k(t)}{L_c(t)\; K_k(t)}\right) \frac{L_c(t)}{L(t)}$$

$$n^* = g_o \frac{\mu_k}{a_k} + g^c \left(1 - \frac{x_{kc}/l_c}{x_{kk}/l_k}\right. (1 - \mu_k)\Big)$$

[XXVI]

Si suponemos:

$$\frac{x_{kk}}{l_k} > \frac{x_{kc}}{l_c}$$

Tendremos que:

$$\frac{d\, n^*}{d\, g c} > 0 \qquad [XXVII]$$

Lo cual nos permite representar gráficamente la [XXVI].

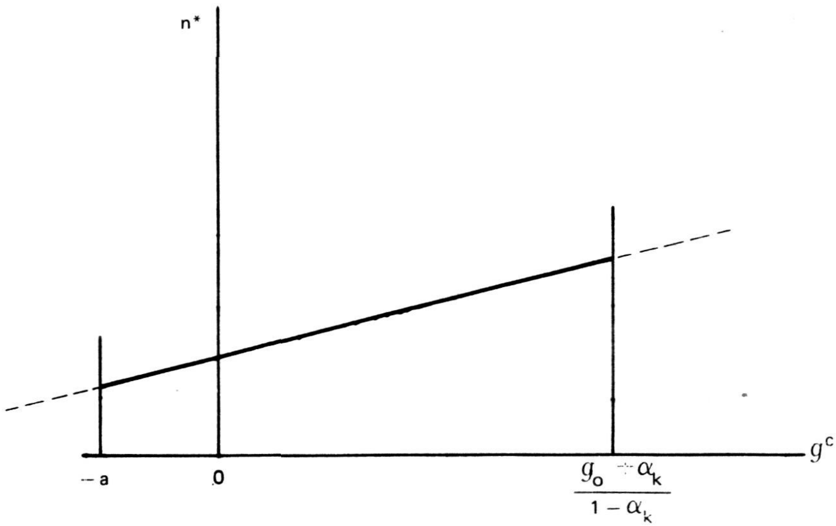


FIG. 12

Es interesante ahora integrar la figura 12 en la 10. La situamos debajo de la 10. IV., y obtenemos la figura 13. (Ver página siguiente)

La figura 13 y en particular su gráfico V, nos indica los límites del ritmo de expansión del empleo efectivo del período (t + 1) cuando se supone la falta de movilidad intersectorial del capital, dada la estructura productiva del sistema, la situación distributiva y las disponibilidades de capital nuevo:

$$n^*_A \geqslant n^* \geqslant n^*_B \qquad \text{[XXVIII]}$$

Si partimos de una situación de pleno empleo (período t) y el tipo de expansión de la oferta de trabajo está comprendido en los límites de la expresión [XXVIII] entonces con una composición adecuada de la demanda es posible conseguir el pleno empleo. Como tendremos ocasión de constatar esta consecución a corto plazo tiene muchas probabilidades de generar problemas de desocupación de capital o trabajo tan pronto como ampliemos el horizonte temporal.

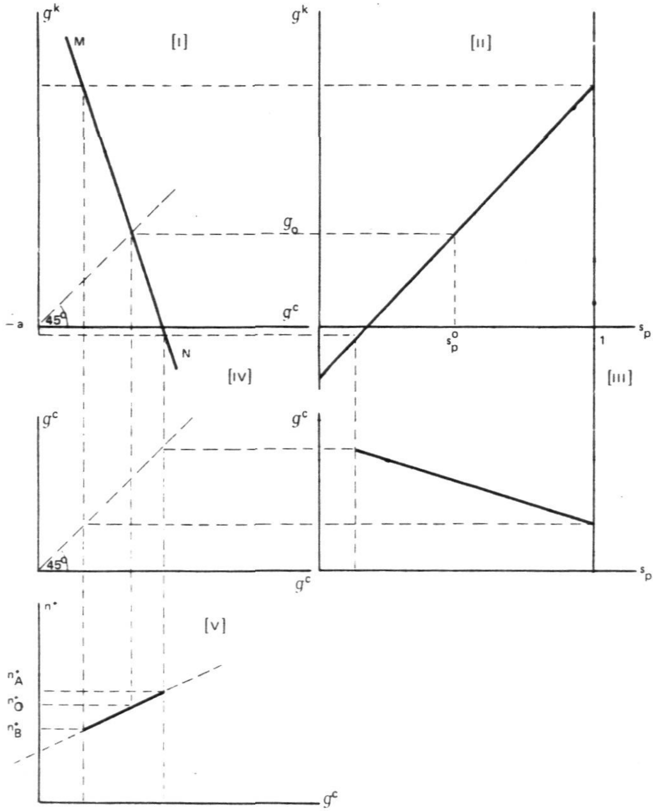


FIG. 13

A. Supongamos que g_o es el tipo de crecimiento del bien de equipo al final del período (t). Si existe pleno empleo del mismo durante (t + 1) nos moveremos sobre la recta MN de la figura (I). Si hacemos $g_1^k = g_o$ entonces se cumplirá que:

$$g_1^k = g_1^c = g_o = g_1 = n_1^* \qquad \text{[XXIX]}$$

Siendo g_1^k: tipo de crecimiento de la producción de bienes de equipo durante el período (t + 1).
g_1^c: idéntico tipo para los bienes de consumo, y
g_1: el tipo de aumento neto del stock de capital del sistema económico al final de (t +1).

Supongamos también que n (tasa de aumento de la oferta de trabajo) coincide con n_1^*. De darse la recta MN citada, no sufre desplazamiento alguno y esta situación de pleno empleo de los recursos puede reproducirse indefinidamente. Así pues, la firgura 13 sirve para una situación de equilibrio proporcional y ninguno de sus gráficos sufre alteración cuando dicha situación se mantiene.

B. Los problemas se plantean cuando $n^* \neq \bar{n}$ y deseamos reestructurar la composición de la demanda final para conseguir el pleno empleo.

Por el momento no hacemos referencia a la propensión al ahorro s_p. Simplemente supondremos que ésta se ajusta a nuestros deseos en cada momento. Esta es una suposición poco realista. Tendremos ocasión de discutir más adelante los problemas de una s_p no controlada.

Pasemos a analizar el supuesto de que

$$g_1^k = g_1^c = g_o = g_1 = n_o^* \neq \bar{n}$$

Es evidente que si la asignación del nuevo capital (durante (t + 1) se hace de tal forma que se cumpla [XXIX] es evidente que el paro de la mano de obra será creciente a medida que se suceden los períodos, como puede comprobarse fácilmente en el gráfico 13 V.

Pasemos a contemplar cómo podría evitarse tal situación. Supongamos que:

$$n_A^* \geqslant \bar{n} \geqslant n_B^*$$

Es decir, que durante el período (t + 1) un reajuste adecuado de la composición de la demanda final puede solucionar la situación de paro.

Pueden darse dos casos:

1) $n > n_o^*$
2) $n < n_o^*$

B. 1. Supongamos el primero de ellos y que se reajusta la demanda final para que:

$$n_1^* = \bar{n}$$

Ello supondría:

$$g_1^c > g_o > g_i^k; \quad s'_p < s_p^o$$

La demanda se desplazaría hacia los bienes de consumo.

¿Solucionaría esto definitivamente el problema? Es decir, en los sucesivos períodos: ¿se cumpliría que $n_i^* = \bar{n}$ (i = 2, 3,... T)?

Evidentemente no. El período siguiente por ser $g_1 < g_0$ la frontera del gráfico (I) de la figura 13 se desplazaría hacia la izquierda con lo que las posibilidades de expansión quedarían reducidas para (t + 2). El gráfico (V) de la figura que comentamos se desplazaría hacia abajo con lo que las posibilidades de generar empleo se verían también reducidas.

Vemos pues que la solución adoptada resuelve el problema del empleo a corto plazo pero los agrava posteriormente.

B. 2. Supongamos ahora que nuestra actuación ha sido la opuesta a la descrita. Nos serviremos para analizar este comportamiento del gráfico que sigue:

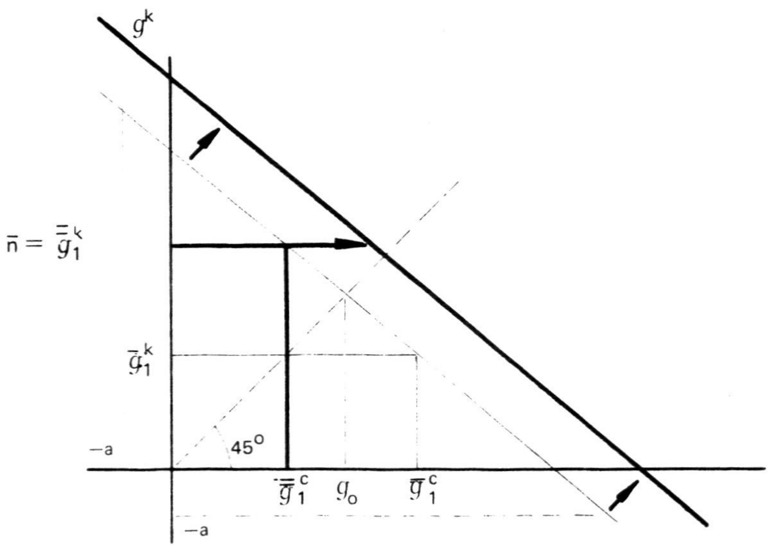


FIG. 14

Los $(\bar{g}_1^c, \bar{g}_1^k)$ son los tipos de crecimiento sectoriales que habrían resuelto el problema del paro a corto plazo.

Hagamos g^k igual a $\bar{n}$: $\bar{\bar{g}}_1^k = \bar{n}$. Es evidente que en este supuesto (es preciso que Min $[g^k(g^c = -a); g^k(s_p = 1)] \geqslant \bar{\bar{g}}_1^k$) el empleo generado es menor que $\bar{n}$ e incluso menor, que si el sistema hubiera crecido proporcionalmente. ¿Pero qué ocurrirá el período siguiente?

La frontera del gráfico anterior se desplazará a la derecha (línea punteada) con lo que en caso de mantenerse en $(t + 2)$, $\bar{\bar{g}}_2^k = n$ el ritmo de expansión del sector de bienes de consumo se expansionará a un ritmo mayor que $\bar{\bar{g}}_1^c$.

Esta mayor expansión permite que el empleo generado por el sistema crezca a mayor ritmo que en $(t + 1)$ y de esta forma se absorba paro. Además ahora el gráfico V de la figura 13 se desplazará hacia arriba facilitando el proceso descrito.

Si representamos la marcha en el tiempo de $(g^k, g^c$ y $n^*)$ que se desprende del análisis realizado en base a los gráficos de la figura 13, nos queda:

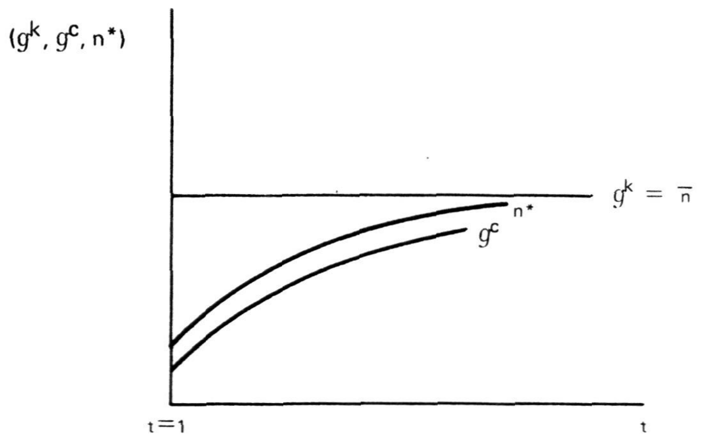


FIG. 15

Nos encontraríamos con una economía en crecimiento no proporcional, convergente a un estado de crecimiento proporcional a ritmo $\bar{n}$.

¿Qué ocurriría si n varía al alza o a la baja en el período de transición? La economía en sucesivos ajustes hacia el pleno empleo caminaría siempre por sendas de crecimiento no proporcional, con equilibrio a corto plazo entre producción y demanda efectiva.

VII. OBSERVACIONES FINALES

Hasta ahora se ha supuesto que s_p se acomodaba a la actuación más conveniente para resolver la cuestión del pleno empleo de la fuerza de trabajo. Pero es evidente que ello no tiene por qué ocurrir. En general es de esperar que los deseos de los consumidores creen problemas de incompatibilidad entre el pleno empleo y la composición de la demanda. Vimos en desarrollos precedentes de este trabajo que al pleno empleo del capital pueden asociarse muchos valores de s_p, pero como igualmente se demostró, sólo uno de ellos puede a corto plazo absorber el crecimiento de la fuerza de trabajo y sólo uno, probablemente diferente del valor anterior, resolver el problema a largo plazo.

Creemos más plausible la hipótesis de que el capital encuentra su pleno empleo antes que la fuerza de trabajo porque quien toma las decisiones de ordenar el proceso productivo es quien posee los medios de producción y es más razonable pensar que le preocupan más éstos últimos que el empleo. La preocupación por éste último será objeto en todo caso del sector público.

En el supuesto de una actuación tendente, por parte del sector público, a estimular la actividad económica, tan importante será aumentar la demanda global como analizar la composición de ese aumento. Ciertamente éste es un aspecto poco atendido hasta ahora.[7]

Nuestro modelo sencillo nos ha permitido presentar situaciones de crecimiento no proporcional correspondientes a situaciones de transición entre formas alternativas de asignar los recursos en un ajuste dinámico. Obsérvese que los recursos en nuestro caso no vienen dados sino en un período corto -un año-, mientras que a largo plazo en la medida que los recursos son reproducibles, la escasez pierde parte de su significado.

Por lo general, las situaciones más comunes serán las de transición con lo que la economía difícilmente alcanzará una senda de crecimiento proporcional. Alteraciones en las propensiones al ahorro traerán consigo nuevas situaciones de transición.

Más compleja será la situación producida por una mejora tecnológica que hace aparecer un nuevo bien de capital que hace más eficiente el proceso productivo. El viejo capital seguiría en funcionamiento al menos hasta que después de varios períodos pudiera ser reemplazado totalmente por el nuevo. Nos encontraríamos con una transición.

De cuanto se ha dicho se desprende que hay multiplicidad de elementos que hacen poco probable que la economía tenga un crecimiento proporcional.[8]

7. Cfr. Robinson, J.: "The second crisis of Economic Theory", aparecido en A.E.R., Mayo, 1972.

8. Para un análisis de las modificaciones que la distribución de la renta puede originar en la senda de crecimiento, veáse: Tormo, L.: "Acumulación de capital en un modelo simple de producción de marcancías por medio de mercancías". Cicloestilado. Universidad Autónoma de Madrid, 1975.

Pasemos a hacer un breve balance de las consideraciones más relevantes del presente trabajo:

1. La hipótesis relativa a la ausencia de movilidad intersectorial del capital impone restricciones al comportamiento del ahorro. En el caso estudiado, la variación de s_p se encontraba con un límite superior debido al stock de capital en el sector de bienes de consumo y con otro inferior debido al stock de capital en el sector de bienes de capital. El intervalo en el que se podía mover la mencionada propensión al ahorro era no-vacío y en él se encuentra necesariamente la propensión efectiva del período anterior.

2. El "efecto directo" de un cambio de s_p sobre la producción del sector de bienes de consumo es mayor que el "efecto inducido".

3. Las tasas netas de expansión de la acumulación sectorial dependen de la acumulación anterior y de la tasa de depreciación del capital.

4. La ecuación de Cambridge es solamente válida en situaciones de crecimiento proporcional. En situaciones de transición entre dos sendas de "equilibrio de crecimiento" la relación descrita por dicha ecuación ya no explica el crecimiento de la renta.

5. Nuestro análisis nos ha permitido individualizar los límites entre los que puede moverse la tasa de expansión del empleo generado por el sistema con la vinculación sectorial del capital mencionada.

6. La obtención del empleo a corto plazo puede generar desaceleraciones de la senda de expansión del sistema y generar desempleo a largo plazo.

7. A corto plazo existen muchos valores de la propensión al ahorro compatibles con el pleno empleo de un stock de capital. De ellos es posible que uno sólo sea tal que permita crecer al empleo a igual tasa que la fuerza de trabajo. A largo plazo, sólo un valor de la propensión al ahorro es compatible con el pleno empleo de los recursos (distribución de la renta constante) y probablemente diferente del tipo adecuado a corto plazo.

y 8. La posibilidad de una senda de expansión en la que cada sector crece a un ritmo distinto y en la que la producción y la demanda son mutuamente consistentes, queda demostrada.

Facultad de Ciencias Económicas
Universidad Autónoma de Madrid